



DEG
División
Educación
General

**ESCUELAS
ARRIBA**
Que todos los
niños aprendan

III MEDIO

Matemática

GUÍA PARA ESTUDIANTES Guía de actividades de apoyo

Estimado y estimada estudiante:

Las actividades que desarrollarás en la presente guía te permitirán comprender la relación que existe entre potencias, raíces y logaritmos.

Al finalizar podrás comprender y resolver problemas rutinarios y no rutinarios que involucren potencias, raíces y/o logaritmos.

OBJETIVO DE LA GUÍA:

Comprender el concepto, el argumento y la base y cálculo de logaritmos.

NOMBRE:

CURSO:

LETRA:

FECHA:

ESTABLECIMIENTO:

SEMANA 2

Material distribuido a establecimientos educacionales del Programa Escuelas Arriba y a Establecimientos rurales.

ACTIVIDAD N° 1

Hoy te invitamos a recordar algunos conocimientos que serán de gran utilidad para comprender las raíces.

a) Factores y productos

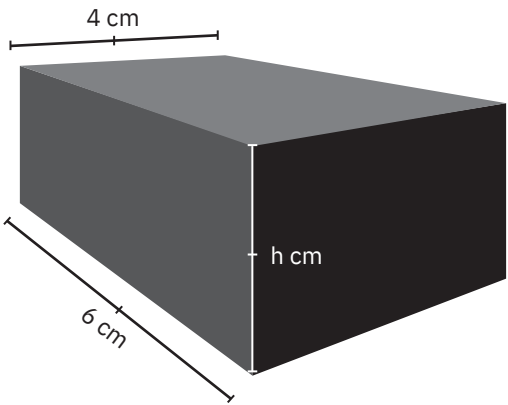
Cada término de una multiplicación recibe el nombre de “**factor**” y el resultado entre los factores recibe el nombre de “**producto**”.

$3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$

factores

producto

i. Conocida la base y el ancho del paralelepípedo, ¿cuál deberá ser su altura para que el volumen sea 72 m³?



ii. Cuando los factores en una multiplicación son iguales, se expresa como potencia.

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$

Entonces, $a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a = x$, será $a^n = x$, donde a es la base, n es el exponente y x es el resultado.

Ejercicio

base	exponente	potencia	resultado
5	2		25
		4^3	
a	5		
-3		$(-3)^4$	
	2		36
10			10.000
$\frac{2}{3}$	3		

iii. El resultado de $\frac{2^2 \cdot (2^3)^2}{64} \cdot 5^2$ es:

- 10^2
- 10^4
- 7^2
- 7^4

ACTIVIDAD N° 2

En años anteriores conociste las potencias y las raíces, las que se vinculan con los logaritmos.

Cuando un número está presentado en forma de **potencia**, el exponente expresa la cantidad de veces que se debe multiplicar la base por sí misma.

exponente

$2^3 = x$

base

Cuando un número está presentado en forma de **raíz**, el índice de la raíz indica la cantidad de veces que se debe multiplicar un número para obtener la cantidad subradical.

índice de la raíz

$x^3 = 8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{8}$

cantidad subradical

Cuando un número está presentado en forma de **logaritmo**, debemos buscar la cantidad de veces que se debe multiplicar la base (de la potencia) para obtener el resultado.

$2^x = 8 \Rightarrow \log_2 8$

¿Qué buscamos en cada una de ellas?

Si los expresamos en términos de potencia, buscamos:

Potencia	Raíz	Logaritmo
Resultado	Base	exponente

Ejemplos

Logaritmo

$3^x = 9$
 $x = 2$

$2^x = 32$
 $x = 5$

¿Cuántas veces debo multiplicar el 3 para obtener 9?
El 3 se debe multiplicar _____ veces
 $3 \cdot 3 = 9$

¿Cuántas veces debo multiplicar el 2 para obtener 32?
El 2 se debe multiplicar 5 veces

Raíz

$x^4 = 81$
 $\sqrt[4]{81} = 3$

¿Qué número debo multiplicar 4 veces por sí mismo para obtener como resultado 81?
El número que debo multiplicar 4 veces por sí mismo es el 3.

CÓMO SE RECONOCE Y REPRESENTA UN LOGARITMO

$3^x = 9$ es un logaritmo, la incógnita está en el exponente, lo que expresado en forma logarítmica quedaría así:

$$\log_3 9 = x$$

Se lee logaritmo de base 3 cuyo argumento es 9

$2^x = 32$ también es un logaritmo, la incógnita está en el exponente, lo que expresado en forma logarítmica quedaría así:

$$\log_2 32 = x$$

Se lee logaritmo de base 2 cuyo argumento es 32

Por lo tanto, un logaritmo se reconoce porque lo que se busca es el exponente de una potencia $a^b = n$, y se expresa $\log_a b = n$

- i. **Trabajando con la definición de logaritmo.**
- a. Escribe en notación de potencia los siguientes logaritmos:

Ejemplo: $\log_2 8 = 3 \Rightarrow 2^3 = 8$

Logaritmo	Potencia
$\log_2 16 = 4$	
$\log_3 3 = 1$	
$\log_2 16 = 4$	
$\log_2 1 = 0$	
$\log_3 9 = 2$	
$\log_5 25 = 2$	
$\log_4 16 = 2$	
$\log_6 216 = 3$	

- ii. **Escribe en notación de logaritmo las siguientes potencias:**

Logaritmo	Potencia
$2^7 = 128$	
$2^6 = 64$	
$3^5 = 243$	
$5^2 = 25$	
$6^2 = 36$	
$7^2 = 49$	
$5^0 = 1$	
$4^4 = 256$	

iii. **Calculemos los siguientes logaritmos:**

Ejemplo: $\log_4 16 = x \Rightarrow 4^x = 16 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \log_4 16 = 2$

- $\log_2 32 = x$
- $\log_3 27 = x$
- $\log_{100} 1 = x$
- $\log_2 (2^3) = x$
- $\log_6 6 + \log_8 1 + 2 \cdot \log_2 32 = x$
- $\log_{10} 100 + \log_2 128 - \log_5 625 = x$

iv. **Clasifica, según dónde se encuentre el valor buscado (la incógnita), en potencia, raíces o logaritmos.**

	Potencia	Raíces	Logaritmos
$3^x = 27$	---	---	$\log_3 27 = x$
$x^3 = 64$			
$a^x = a^5$			
$(a + b)^x = a^2 + 2ab + b^2$			
$(-1)^6 = x$			
$x^4 = 625$			
$7^x = 49$			
$5^x = 1$			

ACTIVIDAD N° 3

Recordemos algunas propiedades de los logaritmos.

a. La base 10 no se escribe $\log b = \log_{10} b$	b. El logaritmo de la base es 1 $\log_a a = 1$
d. El logaritmo de la unidad es 0 $\log_a 1 = 0$	c. El logaritmo de una potencia $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$

Aplicando estas propiedades de los logaritmos:

- i. Reconoce la propiedad que presenta cada uno de los logaritmos siguientes.
- $\log_5 5^2$
 - $\log 50$
 - $\log_{\frac{1}{2}} 1$
 - $\left(\log_2 \frac{1}{8}\right)^7$
 - $\log_7 1$
 - $\log_p p$
 - $\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{5}$

ii. **Marca la alternativa que corresponde.**

- El valor numérico de la expresión $\frac{\log_{12} 12 + \log_2 2^5}{\log_3 \left(\frac{1}{9}\right)}$
 - -3
 - 8,5
 - 12
 - 51

- El valor numérico de $\frac{\log_3 3^6}{\log_3 3^3}$
 - 2
 - 3
 - 4
 - 6

- Al aplicar la definición de logaritmo a la expresión $\log_3 2 = a$
 - $a^3 = 2$
 - $3^a = 2$
 - $2^3 = a$
 - $3^2 = a$

- El valor de la expresión $\log_2 \left(\frac{1}{8}\right) + \log_{\frac{1}{8}} 2 =$
 - -6
 - $\frac{-10}{3}$
 - -1
 - 0

- $\log 1000 + \log 100 - \log_3 81 =$
 - 4
 - 3
 - 2
 - 1

- El valor de la expresión $\log 100 + \log_2 32 - \log_3 27 =$
 - 10
 - 9
 - 5
 - 4

- Si $\log_x 64 = 2$, el valor de x es
 - 32
 - 16
 - 8
 - 4

- ¿Cuál de las siguientes igualdades es incorrecta?
 - $\log 5^3 = 3 \cdot \log 5$
 - $\log 10 + \log 100 = \log 1000$
 - $\log 81 = 2 \cdot \log 9$
 - $\log_3 3 = 0$

ACTIVIDAD N° 4

Recordemos las siguientes propiedades de los logaritmos:

a. Producto de un logaritmo $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$	b. Cociente de un logaritmo $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$
--	---

Resuelve los siguientes ejercicios, utilizando estas propiedades y las vistas anteriormente.

- i.

$\log_3 7 + \log_3 4$, es igual a

◦ $\log_3 (11)$

◦ $\log_3 (28)$

◦ $\log_{(6)} 11$

◦ $\log_9 (28)$
- ii.

$\log_3 6 + \log_3 5 - \log_3 10$, es igual a

◦ $\log_3 (1)$

◦ $\log_9 (1)$

◦ $\log_3 (3^{-1})$

◦ $\log_{(3)} 3$
- iii.

$5 \cdot \log_2 2 - \log_2 2 + \log_2 (2^{-2})$, es igual a

◦ -2

◦ -1

◦ 0

◦ 2
- iv.

$\log 10x^3$, es equivalente a

◦ $1 + 3 \cdot \log x$

◦ $\log x^3$

◦ $3 \cdot \log x$

◦ $30 \cdot \log x$

v. El valor de la expresión $\log 100 + \log_2 128 - \log_5 625$

- 10
- 5
- -5
- -10

vi. El valor numérico de la expresión $\frac{\log_3 (9 \cdot 81)}{\log_3 27}$

- 2
- 3
- 4
- 6

¿Es correcto señalar que $\frac{\log_3 (9 \cdot 81)}{\log_3 (9 \cdot 3)} = \frac{\log_3 81}{\log_3 3}$?

vii. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es(son) correctas?

- I. $\log x + \log y = \log xy$
- II. $\log x^3 = 3 \cdot \log x$
- III. $\log x - \log y = \log \left(\frac{x}{y}\right)$

- a. Solo I b. Solo II c. I y III d. I, II y III

SOLUCIONARIO DE LA GUÍA

ACTIVIDAD N° 1

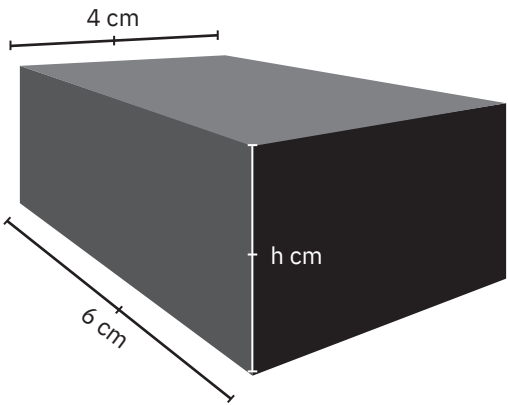
Hoy te invitamos a recordar algunos conocimientos que serán de gran utilidad para comprender las raíces.

a) **Factores y productos**

Cada término de una multiplicación recibe el nombre de “**factor**” y el resultado entre los factores recibe el nombre de “**producto**”.

$$\underbrace{3 \cdot 4 \cdot 5}_{\text{factores}} = 60 \xrightarrow{\text{producto}}$$

- i. **Conocida la base y el ancho del paralelepípedo, ¿cuál deberá ser su altura para que el volumen sea 72 m³?**



$$4 \cdot 6 \cdot h = 72$$

$$24 \cdot h = 72$$

$$h = \frac{72}{24}$$

$$h = 3$$

La altura del paralelepípedo debe ser de 3 cm.

ii. Cuando los factores en una multiplicación son iguales, se expresa como potencia.

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$

Entonces, $a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a = x$, será $a^n = x$, donde a es la base, n es el exponente y x es el resultado.

Ejercicio

base	exponente	potencia	resultado
5	2	5^2	25
4	3	4^3	64
a	5	a^5	$a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$
-3	4	$(-3)^4$	81
6	2	6^2	36
10	4	10^4	10.000
$\frac{2}{3}$	3	$\left(\frac{2}{3}\right)^3$	$\frac{8}{81}$

iii. El resultado de $\frac{2^2 \cdot (2^3)^2}{64} \cdot 5^2$ es:

- 10^2
- 10^4 *el error está en multiplicar los exponentes.*
- 7^2 *el error cometido es sumar las bases.*
- 7^4 *el error cometido es sumar las bases y multiplicar los exponentes.*

ACTIVIDAD N° 2

En años anteriores conociste las potencias y las raíces, las que se vinculan con los logaritmos.

Cuando un número está presentado en forma de **potencia**, el exponente expresa la cantidad de veces que se debe multiplicar la base por sí misma.

exponente

base

$$2^3 = x$$

Cuando un número está presentado en forma de **raíz**, el índice de la raíz indica la cantidad de veces que se debe multiplicar un número para obtener la cantidad subradical.

índice de la raíz

cantidad subradical

$$x^3 = 8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{8}$$

Cuando un número está presentado en forma de **logaritmo**, debemos buscar la cantidad de veces que se debe multiplicar la base (de la potencia) para obtener el resultado.

$$2^x = 8 \Rightarrow \log_2 8$$

¿Qué buscamos en cada una de ellas?

Si los expresamos en términos de potencia, buscamos:

Potencia	Raíz	Logaritmo
Resultado	Base	exponente

Ejemplos

Logaritmo	$3^x = 9$	¿Cuántas veces debo multiplicar el 3 para obtener 9?
	$x = 2$	El 3 se debe multiplicar <u>2</u> veces $3 \cdot 3 = 9$
	$2^x = 32$	¿Cuántas veces debo multiplicar el 2 para obtener 32?
	$x = 5$	El 2 se debe multiplicar 5 veces <u>$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$</u>
Raíz	$x^4 = 81$	¿Qué número debo multiplicar 4 veces por sí mismo para obtener como resultado 81?
	$\sqrt[4]{81} = 3$	El número que debo multiplicar 4 veces por sí mismo es el 3. <u>$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$</u>

CÓMO SE RECONOCE Y REPRESENTA UN LOGARITMO

$3^x = 9$ es un logaritmo, la incógnita está en el exponente, lo que expresado en forma logarítmica quedaría así:

$\log_3 9 = x$ Se lee logaritmo de base 3 cuyo argumento es 9

$2^x = 32$ también es un logaritmo, la incógnita está en el exponente, lo que expresado en forma logarítmica quedaría así:

$\log_2 32 = x$ Se lee logaritmo de base 2 cuyo argumento es 32

Por lo tanto, un logaritmo se reconoce porque lo que se busca es el exponente de una potencia $a^b = n$, y se expresa $\log_a b = n$

- i. **Trabajando con la definición de logaritmo.**
- a. Escribe en notación de potencia los siguientes logaritmos:

Ejemplo: $\log_2 8 = 3 \Rightarrow 2^3 = 8$

Logaritmo	Potencia
$\log_2 16 = 4$	$2^4 = 16$
$\log_3 3 = 1$	$3^1 = 3$
$\log_2 16 = 4$	$2^4 = 16$
$\log_2 1 = 0$	$2^0 = 1$
$\log_3 9 = 2$	$3^2 = 9$
$\log_5 25 = 2$	$5^2 = 25$
$\log_4 16 = 2$	$4^2 = 16$
$\log_6 216 = 3$	$6^3 = 216$

- ii. **Escribe en notación de logaritmo las siguientes potencias:**

Logaritmo	Potencia
$2^7 = 128$	$\log_2 128 = 7$
$2^6 = 64$	$\log_2 64 = 6$
$3^5 = 243$	$\log_3 243 = 5$
$5^2 = 25$	$\log_5 25 = 2$
$6^2 = 36$	$\log_6 36 = 2$
$7^2 = 49$	$\log_7 49 = 2$
$5^0 = 1$	$\log_5 1 = 0$
$4^4 = 256$	$\log_4 256 = 4$

iii. Calculemos los siguientes logaritmos:

Ejemplo: $\log_4 16 = x \Rightarrow 4^x = 16 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \log_4 16 = 2$

- $\log_2 32 = x$
 - $\log_3 27 = x$
 - $\log_{100} 1 = x$
 - $\log_2 (2^3) = x$
 - $\log_6 6 + \log_8 1 + 2 \cdot \log_2 32 = x$
 - $\log_{10} 100 + \log_2 128 - \log_5 625 = x$

- $2^x = 32 \Rightarrow x = 5$
 - $3^x = 27 \Rightarrow x = 3$
 - $100^x = 1 \Rightarrow x = 0$
 - $2^x = 2^3 \Rightarrow x = 3$
 - $1 + 0 + 2 \cdot 5 = 11 \Rightarrow x = 11$
 - $2 + 7 - 4 = 5 \Rightarrow x = 5$

iv. Clasifica, según dónde se encuentre el valor buscado (la incógnita), en potencia, raíces o logaritmos.

	Potencia	Raíces	Logaritmos
$3^x = 27$	---	---	$\log_3 27 = x$
$x^3 = 64$	---	$\sqrt[3]{64} = x$	---
$a^x = a^5$	---	---	$\log_a (a^5) = x$
$(a + b)^x = a^2 + 2ab + b^2$	---	---	$\log_{(a+b)} (a^2 + 2ab + b^2) = x$
$(-1)^6 = x$	$(-1)^6 = x$	---	---
$x^4 = 625$	---	$\sqrt[4]{625} = x$	---
$7^x = 49$	---	---	$\log_7 49 = x$
$5^x = 1$	---	---	$\log_5 1 = x$

ACTIVIDAD N° 3

Recordemos algunas propiedades de los logaritmos.

a. La base 10 no se escribe $\log b = \log_{10} b$	b. El logaritmo de la base es 1 $\log_a a = 1$
d. El logaritmo de la unidad es 0 $\log_a 1 = 0$	c. El logaritmo de una potencia $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$

Aplicando estas propiedades de los logaritmos:

- i. Reconoce la propiedad que presenta cada uno de los logaritmos siguientes.
- $\log_5 5^2$

Logaritmo de una potencia

• $\log 50$

Logaritmo base 10

• $\log_{\frac{1}{2}} 1$

Logaritmo de la unidad

• $\left(\log_2 \frac{1}{8}\right)^7$

Logaritmo de una potencia

• $\log_7 1$

Logaritmo de la unidad

• $\log_p p$

Logaritmo de la base

• $\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{5}$

Logaritmo de la base
- 17

ii. **Marca la alternativa que corresponde.**

- El valor numérico de la expresión $\frac{\log_{12} 12 + \log_2 2^5}{\log_3 \left(\frac{1}{9}\right)}$
 - **-3**
 - 8,5
 - 12
 - 51

- El valor numérico de $\frac{\log_3 3^6}{\log_3 3^3}$
 - **2**
 - 3
 - 4
 - 6

- Al aplicar la definición de logaritmo a la expresión $\log_3 2 = a$
 - $a^3 = 2$
 - **$3^a = 2$**
 - $2^3 = a$
 - $3^2 = a$

- El valor de la expresión $\log_2 \left(\frac{1}{8}\right) + \log_{\frac{1}{8}} 2 =$
 - -6
 - **$\frac{-10}{3}$**
 - -1
 - 0

- $\log 1000 + \log 100 - \log_3 81 =$
 - 4
 - 3
 - 2
 - **1**

- El valor de la expresión $\log 100 + \log_2 32 - \log_3 27 =$

- 10
- 9
- 5
- **4**

- Si $\log_x 64 = 2$, el valor de x es

- 32
- 16
- **8**
- 4

- ¿Cuál de las siguientes igualdades es incorrecta?

- $\log 5^3 = 3 \cdot \log 5$
- $\log 10 + \log 100 = \log 1000$
- $\log 81 = 2 \cdot \log 9$
- **$\log_3 3 = 0$**

ACTIVIDAD N° 4

Recordemos las siguientes propiedades de los logaritmos:

a. Producto de un logaritmo $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$	b. Cociente de un logaritmo $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$
--	---

Resuelve los siguientes ejercicios, utilizando estas propiedades y las vistas anteriormente.

- i. $\log_3 7 + \log_3 4$, es igual a
 - $\log_3 (11)$
 - $\log_3 (28)$**
 - $\log_{(6)} 11$
 - $\log_9 (28)$
- ii. $\log_3 6 + \log_3 5 - \log_3 10$, es igual a
 - $\log_3 (1)$
 - $\log_9 (1)$
 - $\log_3 (3^{-1})$
 - $\log_{(3)} 3$**
- iii. $5 \cdot \log_2 2 - \log_2 2 + \log_2 (2^{-2})$, es igual a
 - -2
 - -1
 - 0
 - 2**
- iv. $\log 10x^3$, es equivalente a
 - $1 + 3 \cdot \log x$**
 - $\log x^3$
 - $3 \cdot \log x$
 - $30 \cdot \log x$

v. El valor de la expresión $\log 100 + \log_2 128 - \log_5 625$

- 10
- 5
- -5
- -10

vi. El valor numérico de la expresión $\frac{\log_3 (9 \cdot 81)}{\log_3 27}$

- 2
- 3
- 4
- 6

¿Es correcto señalar que $\frac{\log_3 (9 \cdot 81)}{\log_3 (9 \cdot 3)} = \frac{\log_3 81}{\log_3 3}$?

Es incorrecto, pues al aplicar las propiedades se obtiene lo siguiente:

$$\frac{\log_3 (9 \cdot 81)}{\log_3 (9 \cdot 3)} = \frac{\log_3 9 + \log_3 81}{\log_3 9 + \log_3 3} = \frac{2 + 4}{2 + 1} = \frac{6}{3} = 2$$

Por el otro lado se obtiene que

$$\frac{\log_3 81}{\log_3 3} = \frac{4}{1} = 4$$

vii. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es(son) correctas?

- I. $\log x + \log y = \log xy$
- II. $\log x^3 = 3 \cdot \log x$
- III. $\log x - \log y = \log \left(\frac{x}{y}\right)$

- a. Solo I b. Solo II c. I y III **d. I, II y III**