Ministerio de Educación

Gobierno de Chile

4° medio

Unidad 0: Matemática - N°4

¡Aprendo sin parar!

Guía de ejercicios

Estimado estudiante:
Con la siguiente guía podrás comprender la función inversa. Al finalizar la guía habrás practicado estrategias para determinar la función inversa de funciones lineales y cuadráticas.

Objetivo de la clase: Identificar la función inversa de funciones lineales y cuadráticas.

Soluciones

Actividad N°1

1. Una empresa telefónica permite al usuario pagar solo por el tiempo que usa el celular para comunicarse. La relación entre el tiempo (en segundos) que tarda una llamada, y el costo (en pesos) por llamada, como se muestra en los siguientes gráficos.

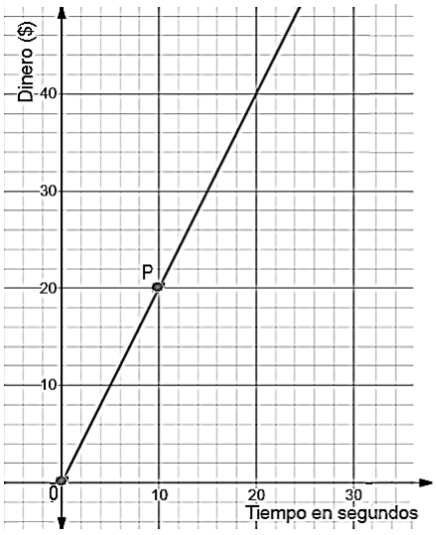


Gráfico 1

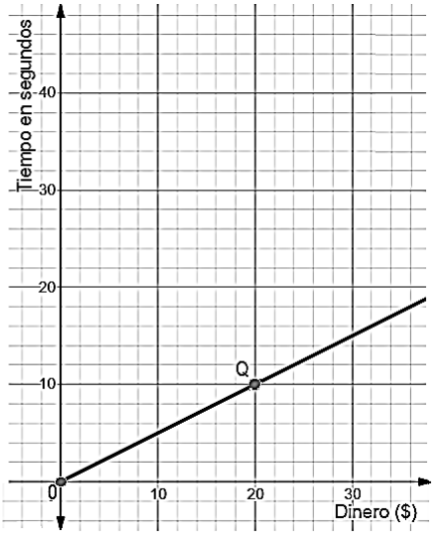


Gráfico 2

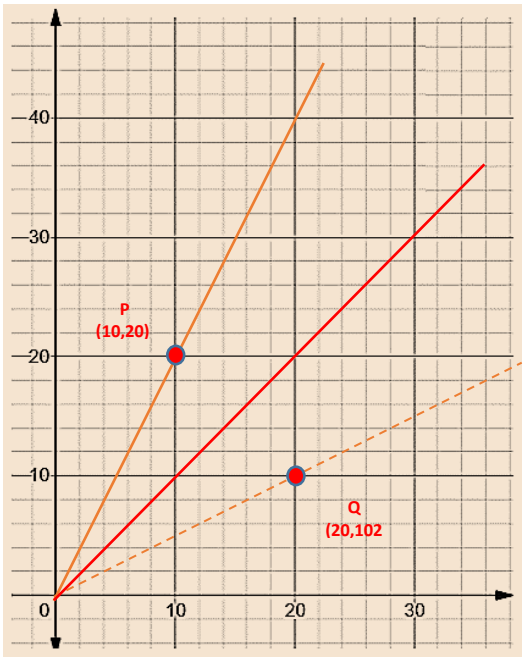
a. ¿Cuál es la variable independiente en cada uno de los gráficos anteriores?
Gráfico 1 el tiempo
Gráfico 2 el dinero

b. ¿Cuál es la variable dependiente en cada uno de los gráficos anteriores?
Gráfico 1 el dinero
Gráfico 2 el tiempo

c. ¿Cuáles son las coordenadas de los puntos destacados en la gráfica?
P = (10, 20) Q = (20, 10)

d. ¿Cuál es la interpretación de cada punto?
P : Por 10 segundos hablados el cliente debe pagar $20
Q : Con $20 el cliente puede hablar 10 segundos

e. Ubica cada gráfica en el mismo plano cartesiano, luego determina las representaciones algebraicas de cada recta.



Recta del gráfico 1:
f(x) = 2x ————

Recta del gráfico 2
$f^{-1}(x) = \frac{x}{2}$ - - - - - - -

●Traza la recta y = x en la cuadrícula, ¿cómo son las gráficas de las funciones entre sí? son simétricas respecto de la recta y = x o bien una es inversa de la otra.

y = x ————

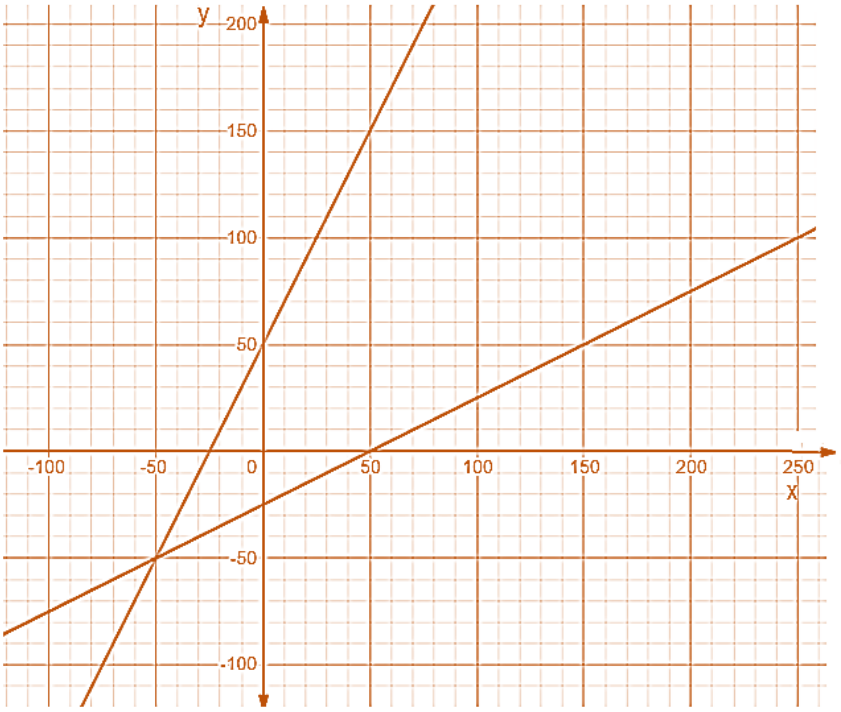
f. Ubica los puntos P y Q en la gráfica y luego compara sus coordenadas. ¿Pasará lo mismo con los otros puntos es decir, si las coordenadas de los puntos de una función son de la forma (a, b) entonces los puntos correspondientes de su función inversa son de la forma (b, a)?
Si

2. Si una empresa telefónica cobra un costo fijo de $50 y $2 por segundo hablado, ¿cuál es la función f(x) que permite determinar el dinero "y" que se debe pagar por x minutos hablados?
solución: f(x) = y = 2x + 50

a. ¿Cuál es la función f^{-1} (x) que permite determinar la cantidad de minutos que puede hablar con x pesos?

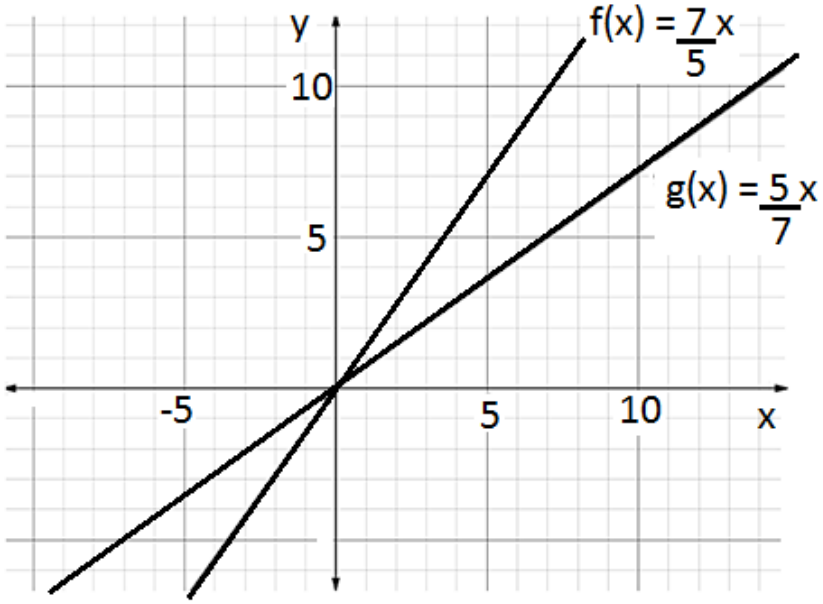
solución: $f^{-1}(x) = \frac{x - 50}{2}$

b. Grafica ambas funciones en la siguiente cuadrícula:



Actividad N° 2

1. Observa las siguientes gráficas de las funciones f(x) y g(x) luego contesta las preguntas:

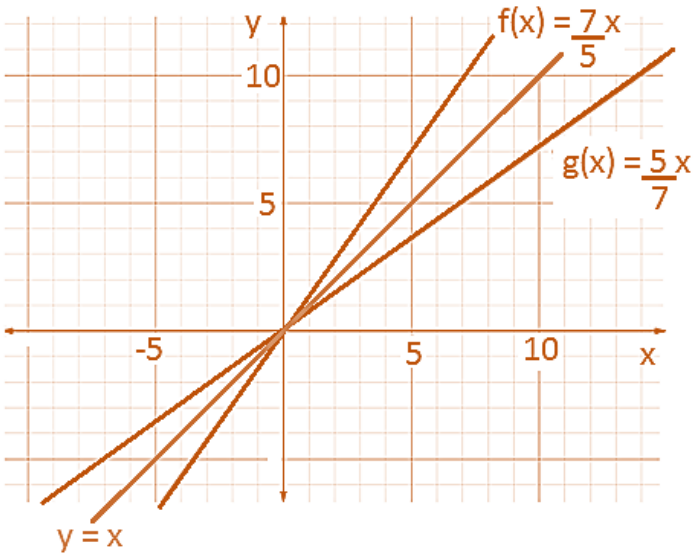


a. Completa la siguiente tabla de valores para cada una de las funciones:

x	f(x)
0	0
5	7
10	14
15	21
20	28

x	g(x)
0	0
7	5
14	10
21	15
28	20

b. Traza la recta y = x en el gráfico.



¿Qué relación observas entre las funciones? Son simétricas respecto de la recta y = x

c. Determina la función inversa de f(x) es decir, $f^{-1}(x)$

$f(x) = \frac{7x}{5}$

$y = \frac{7x}{5}$

$5y = 7x$

$\frac{5y}{7} = x$

Luego al hacer cambio de variables obtenemos que $y = \frac{5x}{7}$, finalmente, $f^{-1}(x) = \frac{5x}{7}$ = g(x) lo que muestra que una función es inversa de la otra.

d. ¿Es la función g(x) la función inversa de f(x)? si

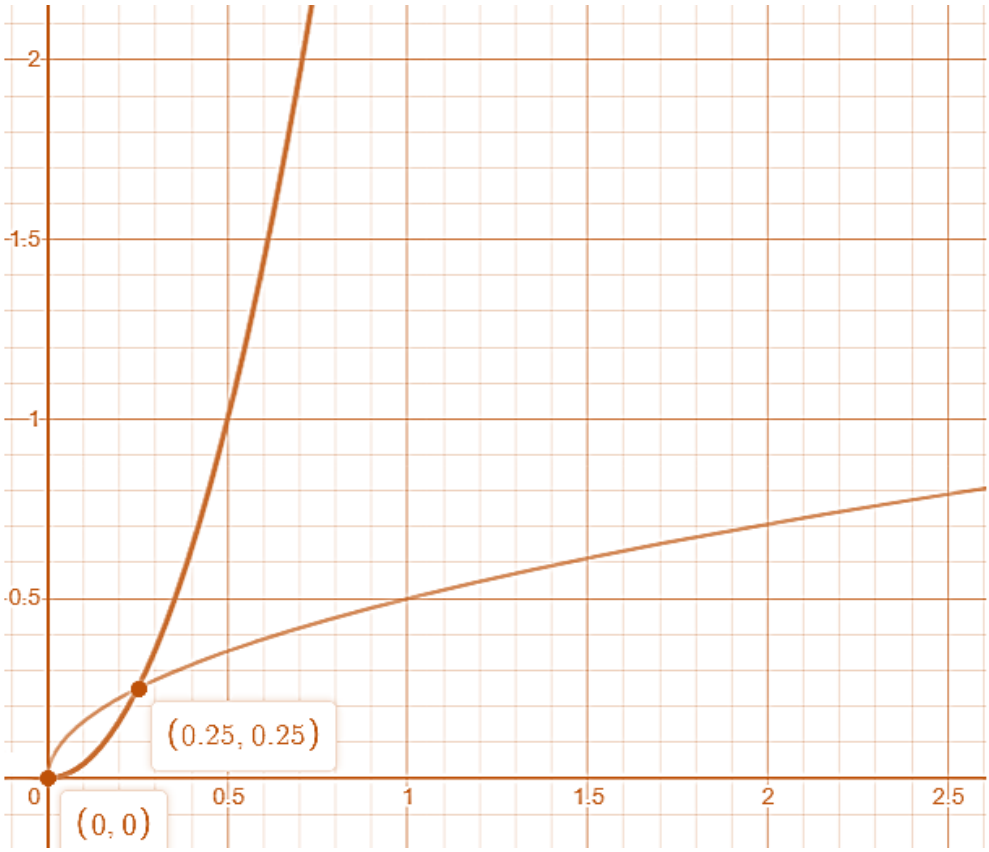
2. Determina la función inversa de las siguientes funciones definidas en los reales positivos:

$p(x) = \frac{1}{3}x$ $\quad$ $q(x) = 7x^2$ $\quad$ $m(x) = x^2 + 8$

$p^{-1}(x) = 3x$ $\quad$ $q^{-1}(x) = \sqrt{\frac{x}{7}}$ $\quad$ $m^{-1}(x) = \sqrt{x - 8}$

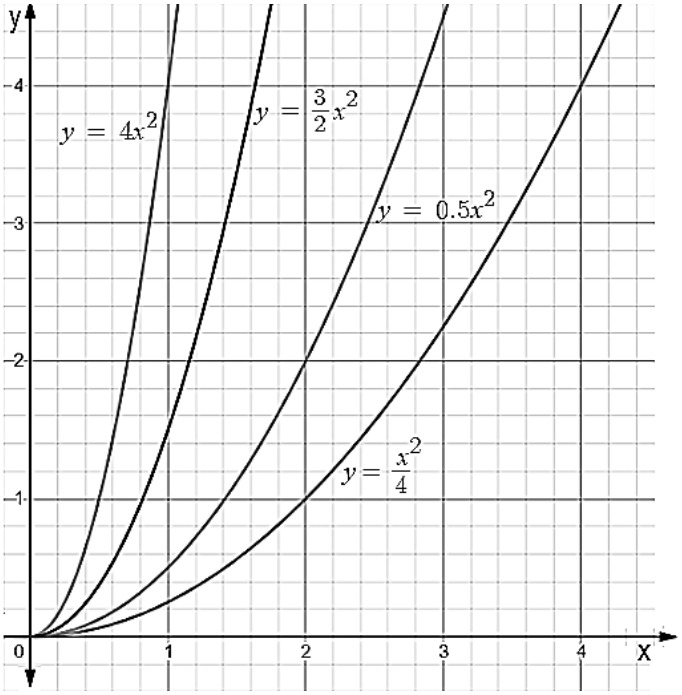
Chequeo de la comprensión

1. ¿Cuál es la función inversa de una función de la forma f(x) = ax?
   $f^{-1}(x) = \frac{x}{a}$
2. Determina la función inversa de $h(x) = 4x^2$ donde x es un real positivo o cero.
   Solución $h^{-1}(x) = \sqrt{\frac{x}{4}}$
   a. Grafica ambas funciones en la siguiente cuadrícula y determina el o los puntos de intersección de ambas gráficas.



Actividad N° 3

1. Observa la gráfica de 4 funciones cuadráticas luego determina las funciones inversas de cada una de ellas:



$y = 4x^2$ su función inversa es ___ $y = \sqrt{\frac{x}{4}}$

$y = \frac{3}{2}x^2$ su función inversa es ___ $y = \sqrt{\frac{2x}{3}}$

$y = 0{,}5x^2$ su función inversa es ___ $y = \sqrt{2x}$

$y = \frac{1}{4}x^2$ su función inversa es ___ $y = \sqrt{4x}$

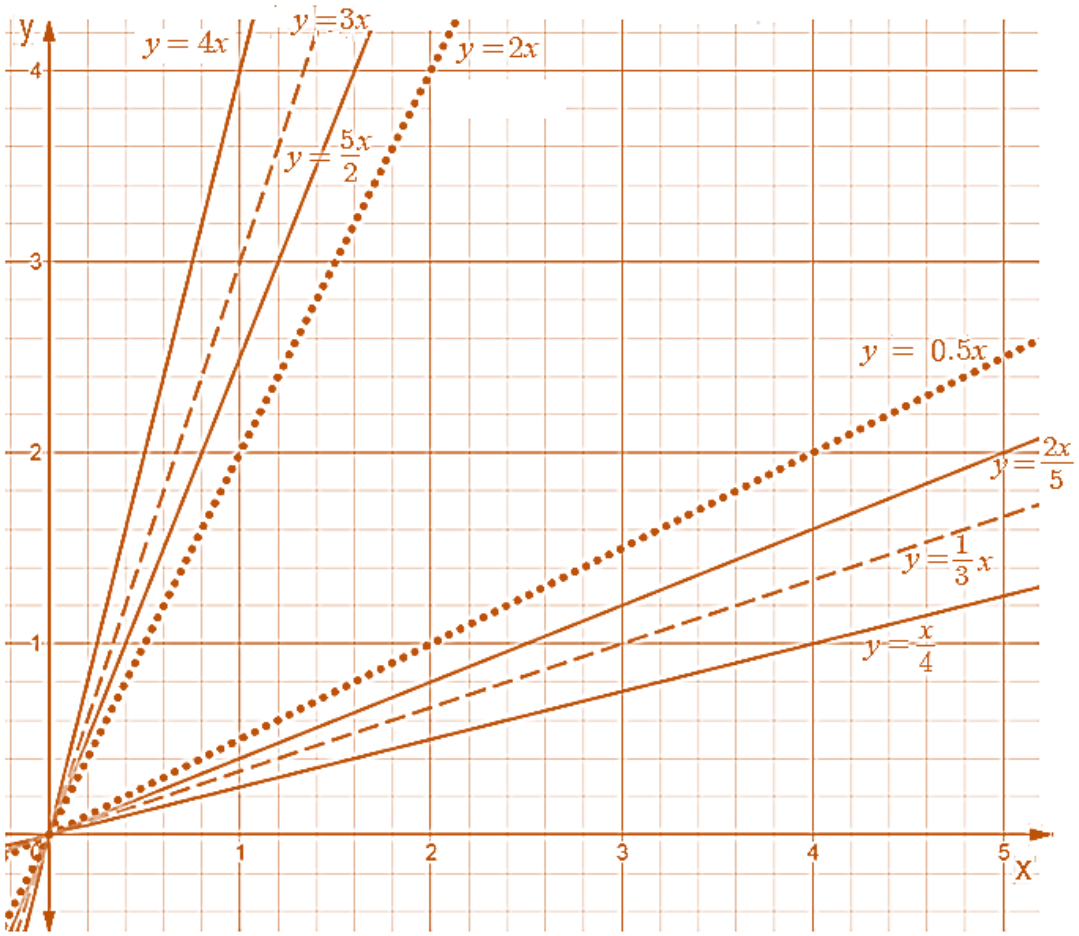
2. Determina la función inversa de las siguientes funciones lineales y representa ambas funciones en la siguiente cuadrícula (usa un color de lápiz diferente para cada par de funciones)

$y = 4x$ su función inversa es _____ $y = \frac{x}{4}$

$y = \frac{5}{2}x$ su función inversa es _____ $y = \frac{2}{5}x$

$y = 0{,}5x$ su función inversa es _____ $y = 2x$

$y = \frac{1}{3}x$ su función inversa es _____ $y = 3x$



Actividad de síntesis

Se define la función f en los reales positivos, ¿cuál es el punto de intersección de la función $f(x) = x^2$ y la de su función inversa $f^{-1}(x)$?

a) (2, 4)
b) (4, 2)
c) (1, 1)
d) (-1, -1)

Clave c

Ministerio de Educación

Gobierno de Chile

¡Aprendo sin parar!

4° medio

Guía de ejercicios

Unidad 0: Matemática - N°4

Soluciones