



2° medio

Unidad 0: Matemática - N°2

¡Aprendo sin parar!

Guía de ejercicios

Estimado estudiante:

Con la siguiente guía, aprenderás a resolver problemas que involucran crecimiento exponencial y donde las potencias de base racional y exponente entero deben ser utilizadas para dar respuestas a los problemas. Al finalizar, habrás aprendido que las potencias se encuentran relacionadas con varios contextos, así al comprender sus propiedades te ayudará a simplificar el problema.

Objetivo de la clase: Resolver problemas de crecimiento exponencial utilizando potencias de base racional y exponente entero.

Soluciones

 Actividad N°1

1. Las sustancias radioactivas se descomponen potencialmente con el tiempo. Por ejemplo, el isótopo de yodo se descompone cada ocho días a la mitad de su valor. Si el valor inicial es x , halla la parte del valor inicial que queda después de 40 días.

Es importante, organizar la información que se desprende de la situación planteada. Para ello, se construiremos una tabla.

% isótopo yodo	100%	50%	25%	12,5%	6,25%	3,125%	1,5625%
Tiempo (días)	0	8	16	24	32	40	48

Después de 40 días solo queda _____% de la sustancia radioactiva.

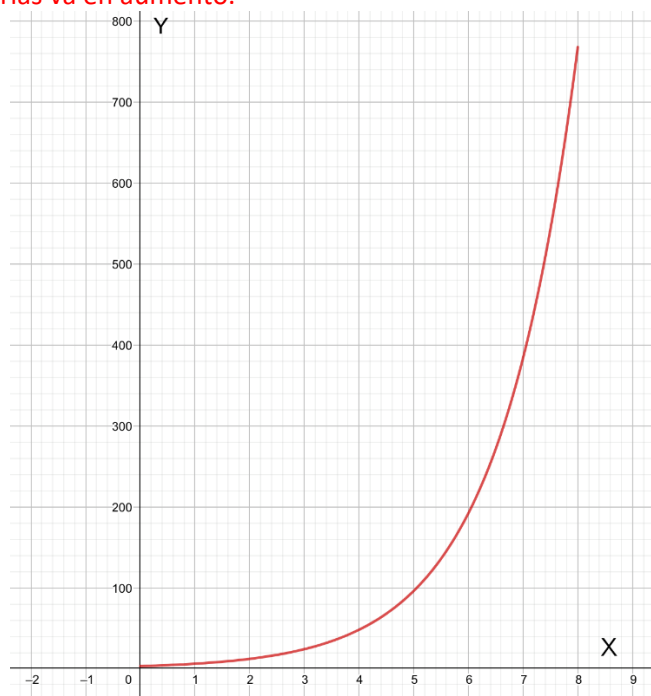
Respuesta correcta: 3,125%

2. El crecimiento de una bacteria se puede determinar a partir de la siguiente tabla:

Población	3	6	12	24	48	96	192	384	768
Tiempo (horas)	0	1	2	3	4	5	6	7	8

- a. Ubica los puntos de la tabla en el siguiente plano cartesiano.

Respuesta correcta: A partir del gráfico se puede interpretar que a medida que transcurre el tiempo la población de bacterias va en aumento.



- b. ¿Cuál es la expresión que relaciona la población y el tiempo en el crecimiento de la bacteria?

Respuesta correcta: La expresión correspondiente es una función exponencial:

$$f(t) = 3 \cdot 2^t$$

3. Dado un contexto similar en relación con el crecimiento de una bacteria. La función exponencial que define el crecimiento viene dada por: $f(t) = 5 \cdot (3)^t$. ¿Qué representan los valores de la expresión?

Respuesta correcta: El coeficiente que posee el valor de 5 corresponde a la cantidad de bacterias iniciales, el 3 indica que la cantidad de bacterias se triplica y finalmente t corresponde al tiempo transcurrido.

Recuerda: cuando se trabaja con crecimiento exponencial y se debe resolver un problema es necesario trabajar con las propiedades de potencia.



Actividad N° 2

Potencia de base racional y exponente entero.

La expresión $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ se denomina potencia, donde $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$ es la base y $n \in \mathbb{Z}$ es el exponente.

1. Resuelve las siguientes potencias

a. $\left(\frac{-9}{14}\right)^0 =$

b. $\left(\frac{-3}{5}\right)^2 =$

c. $\left(\frac{-3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{-3}{4}\right)^{-3} =$

d. $\left(\frac{15}{7}\right)^3 : \left(\frac{15}{7}\right)^2 =$

e. $\left(\frac{1}{4}\right)^2 : \left(\frac{2}{5}\right)^2 =$

f. $[(0,5)^2]^{-1} =$

Respuesta correcta:

a. 1

b. $\frac{9}{25}$

c. $\frac{-4}{3}$

d. $\frac{15}{7}$

e. $\frac{25}{64}$

f. 4

2. El valor de un automóvil (y) (en millones) se puede aproximar mediante el modelo $y = 25 \cdot \left(\frac{17}{20}\right)^t$, donde t son los números de años desde que el automóvil era nuevo. (Usar calculadora).

a. Completa la siguiente tabla.

Número de años	Valor del auto
0	$y = 25 \cdot \left(\frac{17}{20}\right)^0 = 25 \cdot 1 = 25$
1	$y = 25 \cdot \left(\frac{17}{20}\right)^1 = 25 \cdot \frac{17}{20} = 21,25$
2	$y = 25 \cdot \left(\frac{17}{20}\right)^2 = 25 \cdot \frac{289}{400} = 18,0625$

3	$y = 25 \cdot \left(\frac{17}{20}\right)^3 = 25 \cdot \frac{4913}{8000} = 15,353125$
4	$y = 25 \cdot \left(\frac{17}{20}\right)^4 = 13,05015625$
5	$y = 25 \cdot \left(\frac{17}{20}\right)^5 = 11,09263281$
6	$y = 25 \cdot \left(\frac{17}{20}\right)^6 = 9,428737891$
7	$y = 25 \cdot \left(\frac{17}{20}\right)^7 = 8,014427207$

b. Ubica los puntos y traza la gráfica en el siguiente plano cartesiano.

Respuesta correcta:



c. ¿Cómo es el comportamiento de la gráfica?

Respuesta correcta: El modelo representa un decrecimiento exponencial.



Chequeo de la comprensión

¿Cuál es el resultado de la expresión $\left(1\frac{2}{7}\right)^2 \cdot \left(1\frac{1}{14}\right)^{-2}$?

Respuesta correcta: La expresión es $\frac{36}{25}$



Actividad N° 3: Práctica independiente

1. Resuelve las siguientes potencias:

a. $\left[\left(\frac{1}{5}\right)^3\right]^{-2} : \left(\frac{1}{5}\right)^{-5} =$

b. $\left(1\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-4} =$

c. $\left(\frac{4}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{12}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^{-3} =$

d. $\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^4}{\left(\frac{3}{20}\right)^{-3} \cdot \frac{3}{20}} =$

Respuesta correcta:

a. 5

b. $\frac{4}{9}$

c. $\frac{64}{3375}$

d. $\left(\frac{3}{5}\right)^6 = \frac{729}{15625}$

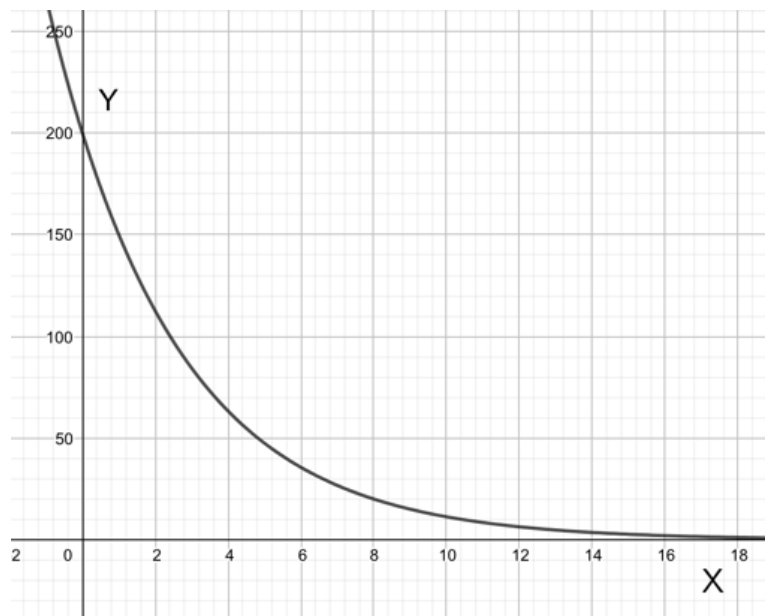
2. El valor de una bicicleta de montaña y se puede aproximar mediante el modelo $y = 200 \cdot (0,75)^t$, donde t es el número de años desde que la bicicleta era nueva y la función entrega el valor en miles de pesos.

a. Completa la siguiente tabla.

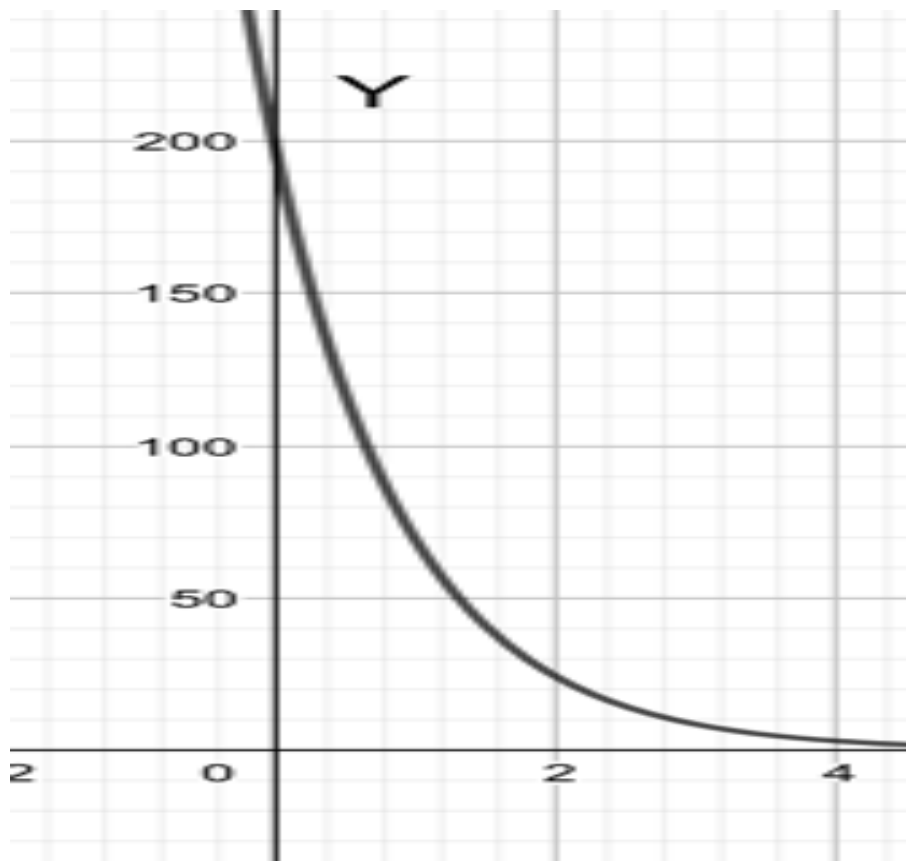
El número de años t	El valor de una bicicleta y en miles de pesos
1	$y = 200 \cdot (0,75)^1 = 150$
2	$y = 200 \cdot (0,75)^2 = 112,5$
3	$y = 200 \cdot (0,75)^3 = 84,375$
4	$y = 200 \cdot (0,75)^4 = 63,28125$
5	$y = 200 \cdot (0,75)^5 = 47,4609375$

- b. ¿Cuál de las siguientes gráficas es la que corresponde a la situación planteada? Marca con una X.

Gráfica 1



Gráfica 2



Respuesta correcta: La situación planteada corresponde: Gráfica 1

- c. ¿Cuál es el valor de la bicicleta de montaña a los 4 años?

Respuesta correcta: Aproximadamente \$63 281 pesos.

 Actividad de síntesis

Responder verdadero (V) o falso (F), según corresponda y justifica las falsas.

a. _____ $\left[\left(\frac{-2}{3} \right)^{-1} \right]^3 = \frac{27}{8}$

b. _____ $\left(\frac{1}{4} \right)^4 : \left(\frac{1}{4} \right)^3 = \frac{1}{4}$

c. _____ $\left(\frac{2}{5} \right)^2 \cdot \left(\frac{5}{2} \right)^{-3} = \frac{125}{4}$

- d. _____ Si una situación se puede aproximar mediante el modelo $f(x) = 300 \cdot (1,75)^x$, el valor de 300 que aparece en el modelo corresponde a la cantidad inicial del problema.

Respuestas correctas:

a. F, el valor que corresponde es $\frac{-27}{8}$

b. V

c. F, el producto de las potencias da como resultado $\frac{32}{3125}$

d. V



**¡Aprendo
sin parar!**

2° medio

Guía de ejercicios

Unidad 0: Matemática - N°2

Soluciones