



1° medio

Unidad 0: Matemática - N°6

# ¡Aprendo sin parar!

## Guía de ejercicios

Estimado estudiante:

Con la siguiente guía, aprenderás a realizar transformaciones isométricas en el plano cartesiano, trasladarás con ayuda de vectores, observaremos cuales son las características para hacer reflexiones o simetría axial con respecto a los ejes que componen el plano cartesiano, y rotaciones de puntos o figuras en torno al origen.

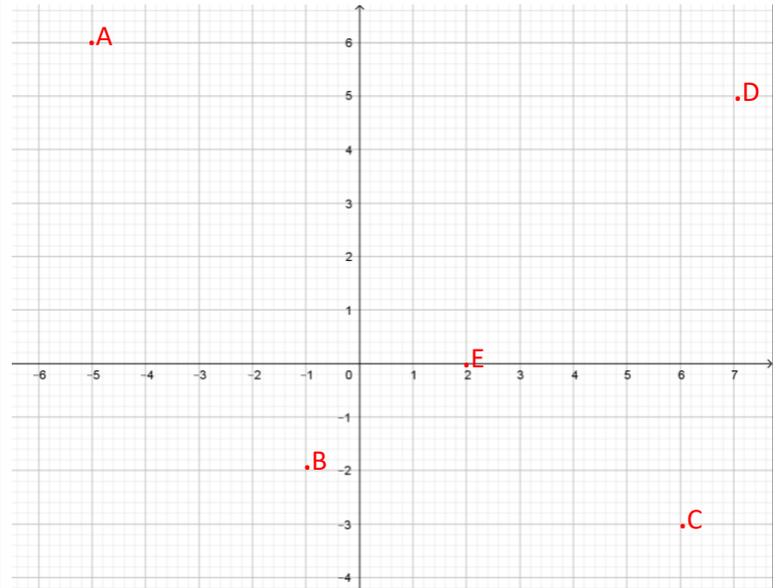
**Objetivo de la clase:** describir la posición y el movimiento (traslaciones, rotaciones y reflexiones) de figuras 2D, de manera manual, utilizando: los vectores para la traslación, los ejes del plano cartesiano como ejes de reflexión y los puntos del plano para las rotaciones.

Soluciones

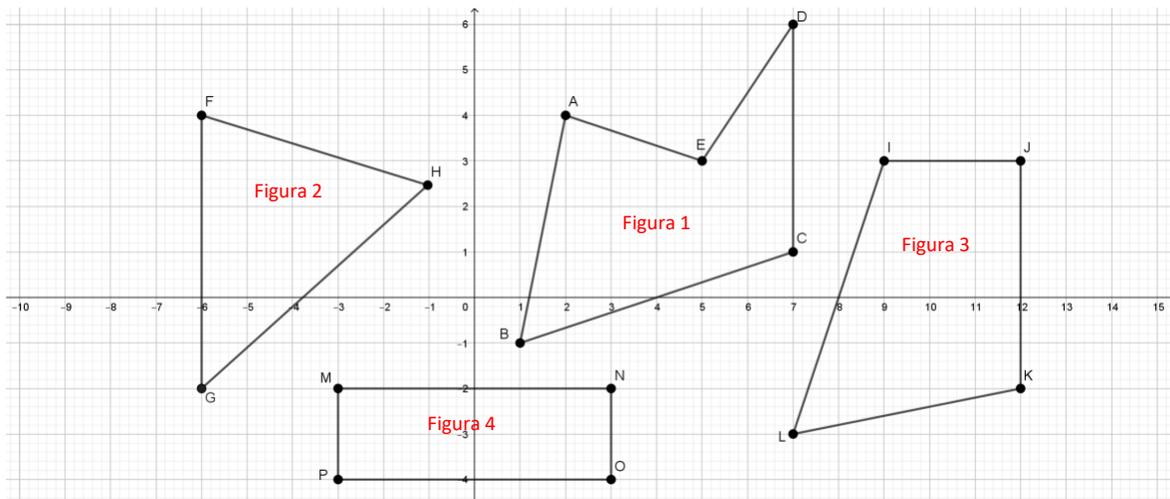
 Actividad N°1

1. Representa los siguientes puntos en el plano cartesiano.

- a)  $A(-5,6)$
- b)  $B(-1,-2)$
- c)  $C(6,-3)$
- d)  $D(7,5)$
- e)  $E(2,0)$



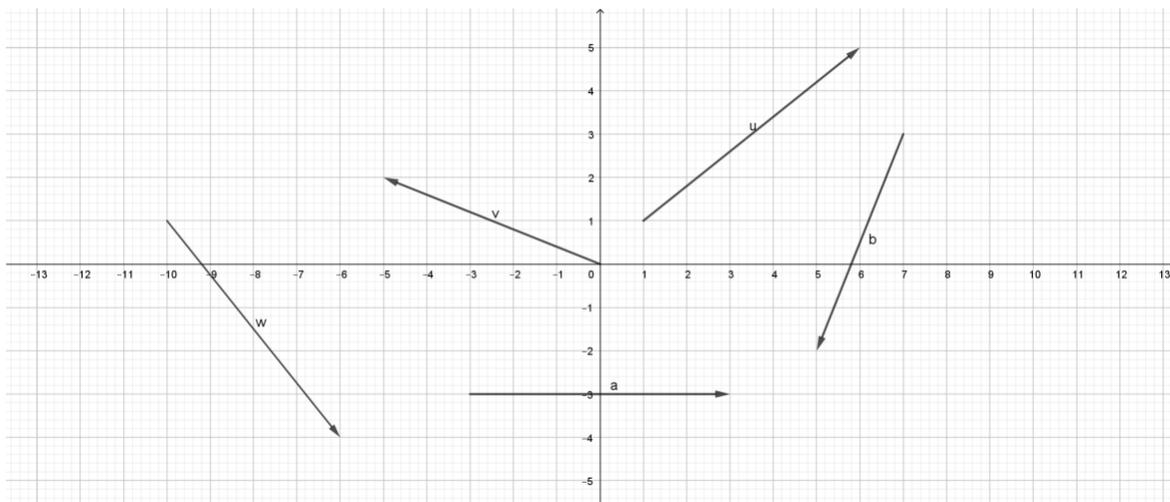
2. Identifica los vértices de las siguientes figuras.



Resp. Figura 1. A(2,4) B(1,-1) C(7,1) D(7,6) E(5,3)  
 Figura 2. F(-6,4), G(-6,-2), H(-1; 2,5)  
 Figura 3. I(9,3) J(12,3) K(12,-2) L(7,-3)  
 Figura 4. M(-3,-2) N(3,-2) P(-3,-4) O(3,-4)

3. Observa los siguientes vectores, e identifica los componentes de cada vector, como en el ejemplo:

$$\vec{u} = (6,5) - (1,1) = (6 - 1, 5 - 1) = (5, 4)$$



Resp.

$$\vec{v} = (-5,2) - (0,0) = (-5, 2)$$

$$\vec{w} = (-6, -4) - (-10,1) = (4, -5)$$

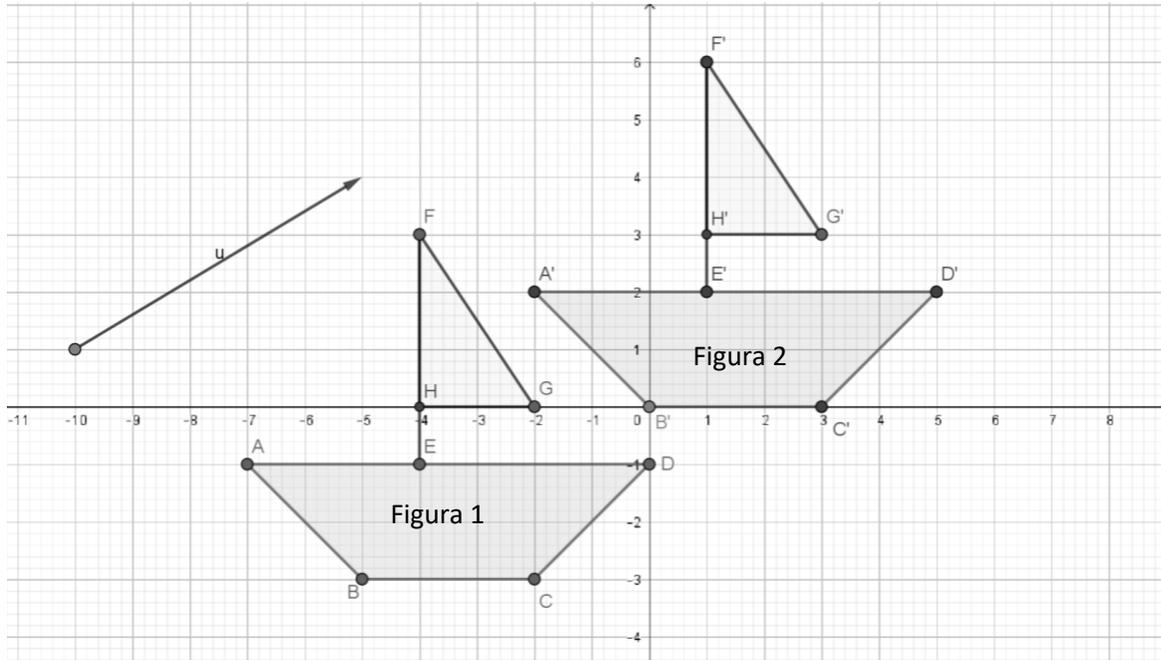
$$\vec{a} = (3, -3) - (-3, -3) = (6, 0)$$

$$\vec{b} = (5, -2) - (7,3) = (-2, -5)$$

 Actividad N° 2

Observemos las siguientes imágenes, y los diferentes tipos de transformaciones isométricas en el plano cartesiano:

I. **Traslaciones:**



Escribe las coordenadas del vector y de ambos barcos.

Vector	Figura 1	Figura 2
$\vec{u} = (-5,4) - (-10,1) = (5, 3)$	A= (-7,-1)	A'= (-2,2)
	B= (-5,-3)	B'= (0,0)
	C= (-2,-3)	C'= (3,0)
	D= (0,-1)	D'= (5,2)
	E= (-4,-1)	E'= (1,2)
	F= (-4,3)	F'= (1,6)
	G= (-2,0)	G'= (3,3)
	H= (-4,0)	H'= (1,3)

Al observar por ejemplo el vértice A y A' podemos decir que:

$$A' = A + \vec{u} \quad \rightarrow \quad A(-7, -1) + \vec{u}(5,3) = (-7 + 5, -1 + 3) = (-2,2) = A'$$

Sumando el vértice de la figura inicial con el vector se obtiene la imagen de esta figura (ocurre una traslación de la figura 1). Al vector que permite esta transformación le llamaremos vector de traslación.

Comprueba esta afirmación con los otros vértices:

Vértice Inicial	Desarrollo	Imagen
B(-5,-3)	$(-5,-3) + \vec{u}(5,3)=(0,0)$	B'(0,0)
C(-2,-3)	$(-2,-3) + \vec{u}(5,3)=(3,0)$	C'(3,0)
D(0,-1)	$(0,-1) + \vec{u}(5,3)=(5,2)$	D'(5,2)
E(-4,-1)	$(-4,-1) + \vec{u}(5,3)=(1,2)$	E'(1,2)
F(-4,3)	$(-4,3) + \vec{u}(5,3)=(1,6)$	F'(1,6)
G(-2,0)	$(-2,0) + \vec{u}(5,3)=(3,3)$	G'(3,3)
H(-4,0)	$(-4,0) + \vec{u}(5,3)=(1,3)$	H'(1,3)

Al trasladar un punto P(x,y) en el plano con respecto al vector de traslación  $\vec{v}(x_0, y_0)$  la imagen corresponde al punto P':  
 $P'(x + x_0, y + y_0)$

## II. Reflexión:

Observa las siguientes reflexiones en el plano cartesiano:

<p><b>Reflexión con respecto a eje Y</b></p>		<p>a. Escribe los vértices del triángulo ABC. <b>A(2,4) B(2,1) C(5,1)</b></p> <p>b. Escribe los vértices del triángulo imagen A'B'C' <b>A'(-2,4) B'(-2,1) C'(-5,1)</b></p> <p>c. ¿Cuál o cuáles son las diferencias o semejanza entre los vértices? <b>Las coordenadas de los vértices son iguales, solo cambia el signo de las abscisas.</b></p>
--	--	---

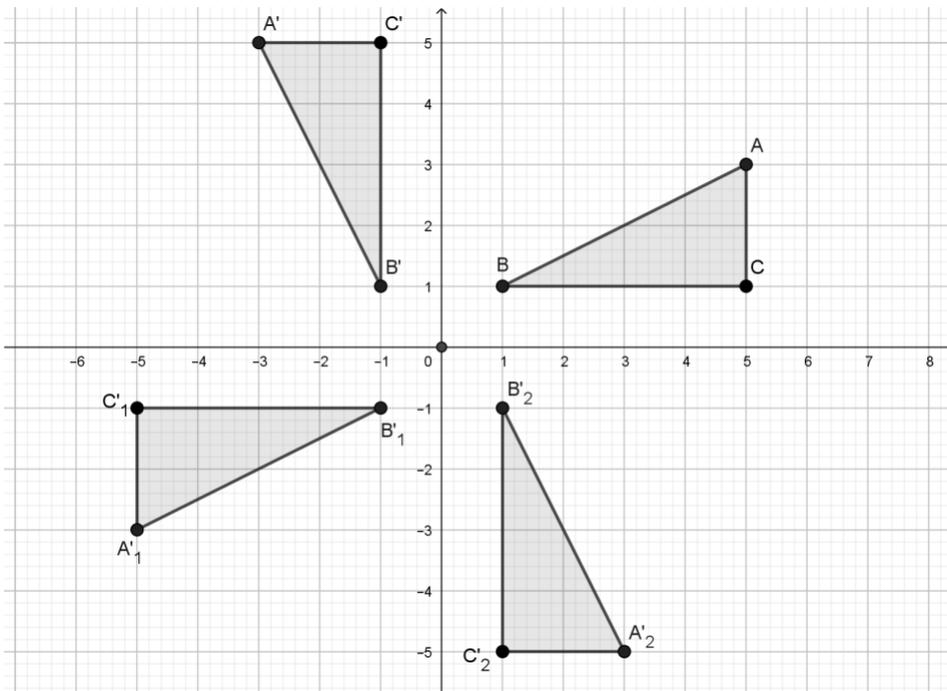
<p><b>Reflexión con respecto a eje X</b></p>		<p>a. Escribe los vértices del triángulo ABC.  <b>A(2,1) B(3,3) C(4,1)</b></p> <p>b. Escribe los vértices del triángulo imagen A'B'C'  <b>A'(2,-1) B'(3,-3) C'(4,-1)</b></p> <p>c. ¿Cuál o cuáles son las diferencias o semejanza entre los vértices?  <b>Los vértices son iguales, solo cambia el signo de la ordenada.</b></p>
--	--	--

En una reflexión en el plano cartesiano existen algunos casos importantes:

- Reflexión con respecto al eje Y : Si el punto  $P(x,y)$  se le realiza una reflexión con respecto al eje Y, la imagen corresponde a  $P'(-x,y)$
- Reflexión con respecto al eje X : Si el punto  $P(x,y)$  se le realiza una reflexión con respecto al eje X, la imagen corresponde a  $P'(x,-y)$

**III. Rotación:**

Observa en el plano cartesiano el triángulo ABC y sus rotaciones con respecto al origen (0,0).



Escribe las coordenadas de los triángulos de acuerdo al ángulo de rotación:

0°	90°	180°	270°
A(5,3)	A'(-3,5)	A' <sub>1</sub> (-5,-3)	A' <sub>2</sub> (3,-5)
B (1,1)	B'(-1,1)	B' <sub>1</sub> (-1,-1)	B' <sub>2</sub> (1,-1)
C (5,1)	C'(-1,5)	C' <sub>1</sub> (-5,-1)	C' <sub>2</sub> (1,-5)

¿Qué tienen en común los vértices al realizar las rotaciones? ¿Qué cambia en la rotación de 90°?  
¿En la de 180°? ¿Y en la de 270°?

Resp. - Si vemos los vértices los números son los mismos, solo cambia el orden y los signos.

- En la rotación de 90° se intercambian las coordenadas y con el signo contrario para la abscisa.
- En la rotación de 180° cambia el solo el signo, manteniendo la posición de las coordenadas.
- En la rotación de 270° cambia de lugar las coordenadas, y la ordenada cambia a signo contrario.

En resumen:

En la rotación del punto P(x,y) en el plano cartesiano en torno al origen (0,0), el punto imagen dependiendo el ángulo será:

$$P_{90^\circ}(x,y) = (-y, x)$$

$$P_{180^\circ}(x,y) = (-x, -y)$$

$$P_{270^\circ}(x,y) = (y, -x)$$

### Chequeo de la comprensión

1. Si el punto A(2,3) se rota en 90° con respecto al origen en el plano cartesiano, luego este nuevo punto se traslada según el vector  $\vec{u}(-3, -2)$ , ¿cuáles son las nuevas coordenadas de dicho punto?
  - a. A''(-6,0)
  - b. A''(0,-4)
  - c. A''(-1,1)
  - d. A''(-3,2)

Resp. Alternativa correcta letra a.

Paso 1: A(2,3) rota en 90° → A'(-3,2)

Paso 2: A'(-3,2) se traslada según vector  $\vec{u}(-3, -2)$  → A''(-3 + -3, 2 + -2) = A''(-6, 0)

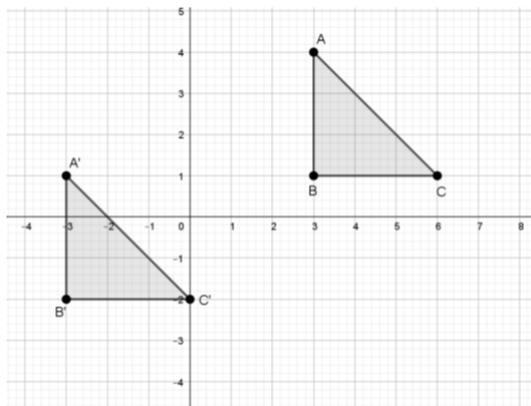
 Actividad N° 3

1. Aplica las siguientes transformaciones Isométricas al punto dado:

- a. Reflexión del punto A(-2,3) respecto al eje X      Resp A'(-2,-3)
- b. Reflexión del punto B(6, 4) respecto al eje Y      Resp B'(-6,4)
- c. Traslación del punto C(1,3) según el vector  $\vec{v}(5,4)$       Resp C'(6,7)
- d. Rotación en torno al origen en un ángulo de 90° del punto D(2,9)      Resp. D'(-9,2)

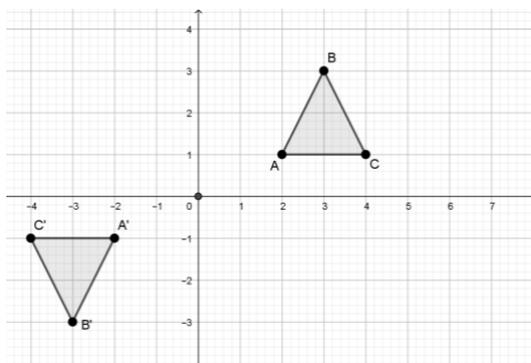
2. Identifica la transformación realizada e indica el componente de transformación.

a.



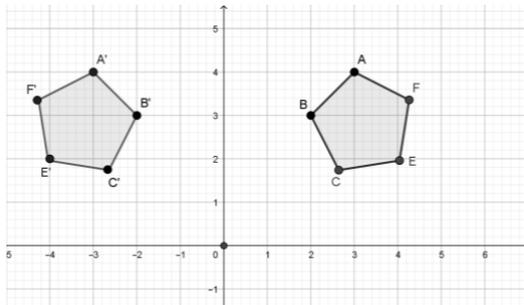
Resp. Traslación con vector  $\vec{v}(-6, -3)$

b.



Resp. Rotación de 180° en torno al origen

C.



Resp. Reflexión respecto al eje Y

3. Identifica las coordenadas de los vértices de las siguientes figuras luego de aplicar la transformación isométrica dada.

a. Triángulo de vértices  $A(-1,1)$ ,  $B(2,1)$  y  $C(8,-3)$  se traslada según vector  $\vec{w}(2, -1)$

$A'(1, 0)$ ,  $B'(4,0)$  y  $C'(10,-4)$

b. Cuadrilátero de vértices  $D(1,3)$ ,  $E(4,2)$ ,  $F(0,6)$  y  $G(2,5)$  se rota en un ángulo de  $270^\circ$  en torno al origen.

$D'(3,-1)$ ,  $E'(2,-4)$ ,  $F'(6,0)$  y  $G'(5,-2)$

c. Triángulo con vértices  $H(3,2)$ ,  $I(9,2)$  y  $J(4,7)$  es reflejado con respecto al eje X.

$H(3,-2)$ ,  $I(9,-2)$  y  $J(4,-7)$



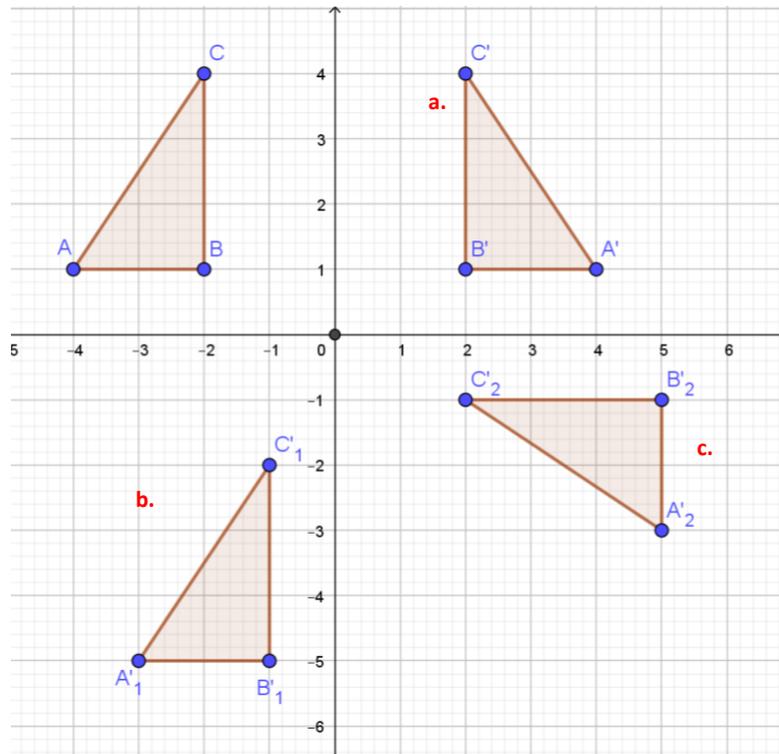
#### Actividad de síntesis (ticket de salida)

Representa en el plano cartesiano el triángulo ABC de vértices  $A(-4,1)$ ,  $B(-2,1)$  y  $C(-2,4)$  y realiza lo pedido.

- Aplica una reflexión con respecto al eje Y
- Aplica una traslación según el vector  $\vec{z}(1, -6)$  a la figura inicial.
- Aplica una rotación de  $90^\circ$  en torno al origen a la figura de la transformación anterior.
- ¿Existe una transformación directa que lleve la figura inicial a la figura resultante de la actividad c)? Explica

1° medio

Resp.



d) No, no se puede





# ¡Aprendo sin parar!

1° medio

## Guía de ejercicios

Unidad 0: Matemática - N°6

Soluciones